LIMITES D'UNE FONCTION

1) Définitions :

La fonction f(x) est définie au voisinage de - ∞ ℓ est un nombre Réel.
Si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de f(x) pour x suffisamment grand, on dit que **f(x) tend vers ℓ quand x tend vers** + ∞

On écrit : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = l$ ou bien : $\lim\limits_{+\infty} f(x) = l$

La fonction f(x) est définie au voisinage de + ∞ ℓ est un nombre Réel.
Si tout intervalle ouvert contenant ℓ contient toutes les valeurs de f(x) pour x négatif et de valeur absolue suffisamment grande, on dit que **f(x) tend vers ℓ quand x tend vers** - ∞

On écrit : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = l$ ou bien : $\lim\limits_{-\infty} f(x) = l$

2) Règles opératoires :

Si f(x) a pour limite en α	ℓ	ℓ	ℓ	+ ∞	- ∞	+ ∞
Si g(x) a pour limite en α	ℓ'	+ ∞	- ∞	+ ∞	- ∞	- ∞
⇒ f(x) + g(x) a pour limite en α	$\ell + \ell'$	+ ∞	- ∞	+ ∞	- ∞	?

Si f(x) a pour limite en α	ℓ	$\ell > 0$	$\ell < 0$	$\ell > 0$	$\ell < 0$	+ ∞	- ∞	+ ∞	0
Si g(x) a pour limite en α	ℓ'	+ ∞	+ ∞	- ∞	- ∞	+ ∞	- ∞	- ∞	± ∞
⇒ f(x) * g(x) a pour limite en α	$\ell * \ell'$	+ ∞	- ∞	- ∞	+ ∞	+ ∞	+ ∞	- ∞	O

Si f(x) a pour limite en α	ℓ	ℓ	+ ∞	+ ∞	- ∞	- ∞	0	± ∞
Si g(x) a pour limite en α	$\ell' \neq 0$	± ∞	$\ell > 0$	$\ell < 0$	$\ell > 0$	$\ell < 0$	0	± ∞
⇒ f(x) / g(x) a pour limite en α	ℓ / ℓ'	0	+ ∞	- ∞	- ∞	+ ∞	?	?

Si f(x) a pour limite en α	$\ell > 0$ ou + ∞	$\ell > 0$ ou + ∞	$\ell < 0$ ou - ∞	$\ell < 0$ ou - ∞
Si g(x) a pour limite en α	0^+	0^-	0^+	0^-
⇒ f(x) / g(x) a pour limite en α	+ ∞	- ∞	- ∞	+ ∞

3) Quelques limites :

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{1}{x^n} = 0 \quad (avec\ n > 0)$

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{1}{x^n} \to \infty \quad (avec\ n > 0)$

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{\sin x}{x} = 1$

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{tg\ x}{x} = 1$

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{1 - cox\ x}{x} = 0$